

Define the linear transformation

Definir la transformación lineal

$$T: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^2, T \left[ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right] = \left[ \begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ -4x_1 + 2x_2 - 10x_3 \end{pmatrix} \right]$$

Find a basis for the range of  $T$ ,  $\mathcal{R}(T)$ . Is  $T$  surjective?

Encontrar una base para el rango de  $T$ ,  $\mathcal{R}(T)$ . Es  $T$  sobrejectiva?

Solve

Solución

To find the range of  $T$ , apply  $T$  to the elements of a spanning set for  $\mathbb{C}^3$  as suggested in [\(acronymref | theorem | SSRLT\)](#). We will use the standard basis vectors ([\(acronymref | theorem | SUVB\)](#)).

Para encontrar el rango de  $T$ , aplicar  $T$  a los elementos del conjunto abarcado por  $\mathbb{C}^3$  como es sugerido en [\(acronymref | theorem | SSRLT\)](#). Usaremos los vectores bases estándar ([\(acronymref | theorem | SUVB\)](#)).

$$\mathcal{R}(T) = \langle \{T(e_1), T(e_2), T(e_3)\} \rangle = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$

Each of these vectors is a scalar multiple of the others, so we can toss two of them in reducing the spanning set to a linearly independent set (or be more careful and apply [\(acronymref | theorem | BCS\)](#) on a matrix with these three vectors as columns). The result is the basis of the range,

Cada uno de estos vectores es un escalar multiplo de los otros, entonces podemos quitar dos de ellos reduciendo del conjunto abarcado en un conjunto linealmente independiente (o ser más cuidadosos y aplicar [\(acronymref | theorem | BCS\)](#) en la matriz con estos tres vectores como columnas). El resultado es una base del rango,

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

With  $r(T) \neq 2$ ,  $\mathcal{R}(T) \neq \mathbb{C}^2$ , so [\(acronymref | theorem | RSLT\)](#) says  $T$  is not surjective.

Con  $r(T) \neq 2$ ,  $\mathcal{R}(T) \neq \mathbb{C}^2$ , entonces [\(acronymref | theorem | RSLT\)](#) dice que  $T$  es no sobrejectiva.

Contributed by Robert Beezer

Contribuido por Robert Beezer

Traducido por Andrés Felipe Forero